Osvaldo Duilio Rossi

Importanza del rischio nella contrattazione

1. *Ipotesi*

In un gioco (G) statico a somma zero, due giocatori (X e Y) devono decidere come dividersi una certa somma (U) e, per farlo, devono collaborare nel tentativo di superare il reciproco disaccordo (D). La soluzione di Kalai-Smorodinsky per questo tipo di problema prevede che $D \in U$, ma è valida anche nel caso in cui $D \notin U$. Si procederà all'illustrazione del problema e delle sue soluzioni mediante una serie di esempi.

X pretende 5,00 € ($u_X = 5$) da Y. Inoltre, X non accetterà meno di 3,00 € ($d_X = 3$). Dal canto suo, Y non vuole pagare 5,00 € all'avversario ($u_Y = 5$), ma gliene offre 2 ($p_Y = 2$) preferendo risparmiare 3,00 € ($d_Y = u_Y – p_Y = 5–2 = 3$). Formalizzando e facendo riferimento alla fig. 1, con in ascissa i valori pretesi da X e in ordinata i valori pretesi da Y:

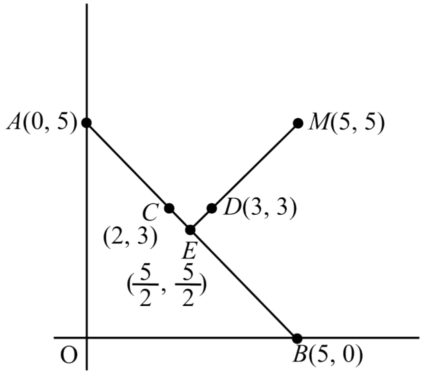

Figura 1.

- $G = \{U, D\}$; $D \notin U$; $U = \{u_X, u_Y\}$; $D(d_X, d_Y)$;
- $u_X = 5$; $d_X = 3$;
- $u_Y = 5$; $p_Y = 2$; $d_Y = u_Y – p_Y = 5–2 = 3$;
- $M(5, 5)$ è il punto di massima soddisfazione per entrambi i giocatori, ovviamente irraggiungibile poiché i giocatori non possono ottenere entrambi 5,00 € ($M \notin U$);
- $D(3, 3)$ è il punto di disaccordo comune, a sinistra e al di sotto del quale i giocatori non sono disposti a scambiare;
- AB è il vincolo che individua tutte le possibili distribuzioni della somma comprese tra $A(0, 5)$, dove X non ottiene niente perché Y non paga i 5,00 €, e $B(5, 0)$, dove X ottiene i 5,00 € pagati da Y. Il vincolo AB ha Saggio Marginale di Sostituzione (SMS) costante poiché il gioco è a somma zero, infatti ciò che guadagna X deve necessariamente essere perso da Y. Inoltre, X accetta ogni offerta di Y (p_Y^*) tale che $d_X \leq p_Y^* \leq u_X$;
- OAB è l'area di contrattazione che delimita tutti i possibili scambi. All'esterno di quest'area esistono soluzioni appetibili, come $D(3, 3)$ e $M(5, 5)$, ma irreali poiché di entità superiore alla posta in gioco (per esempio $3+3 = 6 > 5$).
- DM è il sentiero che indica i desideri di X e Y. Esso giace su una retta infinita che rappresenta tutti i possibili valori di scambio tra i giocatori, ma che oltre il punto $M(5, 5)$ è irrazionale poiché i vari *payoff* eccedono il $max(u_X, u_Y)$. Il sentiero nel tratto EM è razionale ma irreale poiché i vari *payoff* della retta eccedono la frontiera reale di scambio AB (infatti $EM–E \notin U$). All'interno di AB il sentiero è razionale e reale poiché attribuisce risultati non eccedenti il $max(u_X, u_Y)$. Questo vettore rappresenta, quindi, le esigenze dei giocatori in

funzione di un SMS costante poiché, essendo il gioco a somma zero, ciò che è guadagnato dall'uno è perso dall'altro.

Essendo il punto di disaccordo $D(3, 3)$ esterno all'area di scambio OAB:

(a) se i giocatori mantengono ferme le proprie pretese non ci sarà scambio, quindi si verificherà la soluzione angolare A(0, 5);

(b) se X modifica le proprie pretese e accetta l'offerta dell'avversario ($d_X^* = p_Y$) si scambierà in $C(2, 3)$;

(c) se Y aumenta l'offerta a 3,00 € ($p_Y^* = d_X$) si scambierà in $u_i(3, 2)$, secondo i desideri di X;

(d) se Y offre una qualsiasi somma $p_Y^* > d_X$ ovviamente X accetterà l'offerta;

(e) se i giocatori collaborano ($d_X^* < d_X$; $d_Y^* < d_Y$) si scambierà in $E(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$.

Quest'ultima soluzione cooperativa (E) è individuata nel punto in cui la retta sulla quale giace il segmento DM interseca il vincolo AB, cioè quando i giocatori confrontano le reali possibilità di scambio con le reciproche preferenze. Dato che per due punti passa una sola retta ($\frac{y-y_0}{y_1-y_0}=\frac{x-x_0}{x_1-x_0}$), l'equazione[1] del vincolo AB è $x=5-y$ e, similmente, $D(3, 3)$ e $M(5, 5)$ individuano la retta[2] $x=y$. Ponendo a sistema le due equazioni, si trova il punto d'intersezione $E(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$.

2. *Rischio*

Se Y sapesse che, non accordandosi con X, egli corre il rischio di dover pagare 8,00 € ($u_Y = 8$), pur rimanendo invariate le preferenze di entrambi i giocatori in termini di guadagno e di spesa, la situazione si modifica. X continua a chiedere 5,00 € ($u_X = 5$) e ad accettarne non meno di 3,00 ($d_X = 3$). Y, invece, sa che rischia di perderne 8,00, ma continua a offrirne 2 ($p_Y = 2$).

Formalizzando:

---

1 $\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}$

2 $\frac{y-y_D}{y_M-y_D}=\frac{x-x_D}{x_M-x_D}$

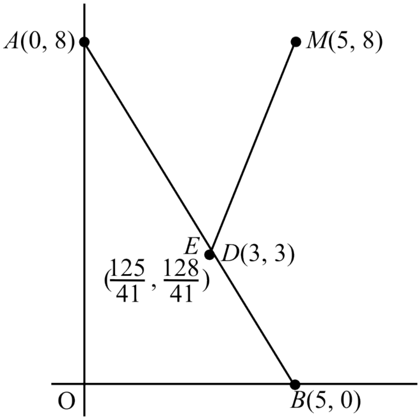

Figura 2.

- $u_X = 5$; $d_X = 3$;
- $u_Y = 8$; $p_Y = 2$; $d_Y = u_X – p_Y = 5–2 = 3$, con $d_Y \neq u_Y – p_Y = 8–2 = 6$ perché 8 è il rischio corso da *Y*, ma la reale richiesta di *X* è $u_X = 5$, quindi *Y* sottrae la propria offerta ($p_Y = 2$) alla pretesa di *X* ($u_X = 5$), non al rischio in cui incorre egli stesso ($u_Y = 8$);
- *M*(5, 8) è il punto di massima soddisfazione per entrambi i giocatori, ovviamente irraggiungibile;
- *D*(3, 3) è il punto di disaccordo comune, identico al precedente;
- *AB* è il nuovo vincolo di scambio con equazione $x = \frac{5y-40}{-8}$.

I punti *D*(3, 3) e *M*(5, 8) giacciono sulla retta $x = \frac{2y+9}{5}$. Ponendo a sistema le equazioni di *AB* e della retta su cui giace *DM* si individua il nuovo equilibrio in $E(\frac{125}{41}, \frac{128}{41}) > E(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$.

3. *Minaccia*

Si ipotizzi un nuovo gioco:

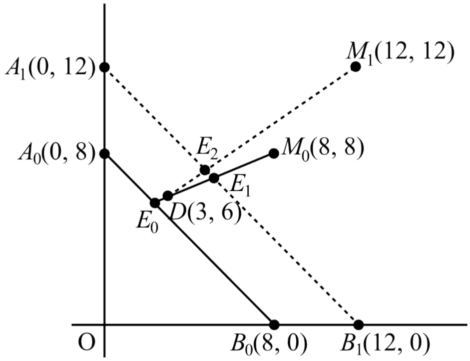

Figura 3.

- $G = \{U, D\}$; $D \notin U$; $U = \{u_X, u_Y\}$; $D(d_X, d_Y)$;
- $u_X = 8$; $d_X = 3$;
- $u_Y = 8$; $p_Y = 2$; $d_Y = 6$;
- $M_0(8, 8)$;
- $D(3, 6)$ è il disaccordo esterno al vincolo di scambio A_0B_0.

Il sistema di equazioni delle rette A_0B_0 e DM_0 (rispettivamente $y=8-x$ e $y=\frac{2x-24}{5}$) individua la soluzione $E_0(\frac{16}{7}, \frac{40}{7})$. Se però Y non è disposto a collaborare, restando fermo sul proprio $d_Y = 6$ esterno al vincolo, X può minacciare, per esempio, di adire le vie legali e di far decidere a un giudice come distribuire la somma, configurando così la possibilità di pretendere e di ottenere 12,00 €. Per cui:

- $u_X = 12$; $d_X = 3$;
- $u_Y = 12$; $p_Y = 2$; $d_Y = 6$, con $d_Y = u_Y–p_Y = 8–2 = 6 \neq 12–2$ perché l'attuale $u_X = 12$ è solo una minaccia e non è un rischio concreto;
- $M_0(8, 8)$ poiché $u_X = 12$ è solo una minaccia (non una promessa);
- $D(3, 6)$ è il solito disaccordo, questa volta però interno all'area di possibile scambio con frontiera A_1B_1.

Il sistema di equazioni delle rette A_1B_1 ($y=12-x$) e DM_0 individua la soluzione $E_1(\frac{36}{7}, \frac{48}{7})$, favorevole a X, il quale spinge in questa direzione facendo leva sulla minaccia $u_X = 12$ e sulla vecchia retta di preferenze DM_0. Y però indica a sua volta che il ricorso a un giudice, contemplando un rischio maggiore, modifica l'orizzonte delle possibilità per entrambi i giocatori e, ponendo il nuovo $M_1(12, 12)$, individua $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$ tramite il sistema di equazioni delle rette A_1B_1 e DM_1 (con equazione $y = \frac{6x - 36}{9}$).

Ora i giocatori devono scegliere tra $E_0(\frac{16}{7}, \frac{40}{7})$, $E_1(\frac{36}{7}, \frac{48}{7})$ e $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$. Il problema sta nel fatto che, per X, $E_1 > E_2$ ma, per Y, $E_1 < E_2$.

In forma di matrice:

		Y: DM_0		DM_1	
X	$u_X = 8$	$\frac{16}{7}$	$\frac{40}{7}$ *	$\frac{12}{5}$	$\frac{28}{5}$
	$u_X = 12$	$\frac{36}{7}$ *	$\frac{48}{7}$	$\frac{24}{5}$ *	$\frac{36}{5}$ *

Figura 4.

Per completezza d'informazione, nella cella $u_i(\frac{12}{5}, \frac{28}{5})$ sono segnati i *payoff* corrispondenti a una soluzione che i giocatori non contemplano realmente.

La soluzione di Nash cooperativa individua $u_i(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$, cioè $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$. Ciò significa che a X conviene minacciare ($u_X = 12$) e che a Y conviene prendere in seria considerazione questa minaccia.

4. *Conclusioni*

Nello stadio iniziale dei giochi esaminati, il disaccordo eccede sempre lo spazio di contrattazione ($D \notin U$), ma le minacce mosse dai giocatori modificano la distribuzione dei *payoff* (U) in modo che $D \in U$. Ciò perché è possibile trovare una soluzione cooperativa solo se il disaccordo è contemplato come possibile soluzione razionale e reale, cioè come valida base di contrattazione. Quando D assume valori razionali ma irreali, come nel tratto EM della fig. 1, le pretese dei giocatori sono eccessive rispetto allo *status quo* e non esistono soluzioni realizzabili, a meno che almeno un attore non modifichi il proprio atteggiamento. In simili scenari le minacce dimostrano di essere un incentivo alla cooperazione invece che un impedimento.